

Total No. of Printed Pages—11

5 SEM TDC MTH G 1

2021

(Held in January/February, 2022)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

(**Analysis—II, Mechanics**)

Full Marks : 80

Pass Marks : 24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(**ANALYSIS—II**)

(*Marks : 35*)

(**Complex Analysis**)

1. (a) বৈশ্লেষিক ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define analytic function.

(b) দেখুওৱা যে

$$u(x, y) = y^3 - 3x^2y$$

এটা প্রসংবাদী ফলন।

2

Show that $u(x, y) = y^3 - 3x^2y$ is a harmonic function.

(c) এটা ফলন বৈশ্লেষিক হোৱাৰ পৰ্যাপ্ত চৰ্ত উল্লেখ কৰি প্রমাণ কৰা।

4

State and prove the sufficient condition for a function to be analytic.

অথবা / Or

লেপলেচৰ সমীকৰণ সিদ্ধ কৰি যদি ϕ আৰু ψ ক্ৰমে x আৰু y ৰ ফলন হয়, দেখুওৱা যে $(s+it)$ এটা বৈশ্লেষিক ফলন, য'ত

$$s = \frac{\partial\phi}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \text{ আৰু } t = \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}$$

If ϕ and ψ are functions of x and y satisfying Laplace's equation, show that $(s+it)$ is analytic, where

$$s = \frac{\partial\phi}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \text{ and } t = \frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}$$

(d) দেখুওৱা যে

3

Show that

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) = 4 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$$

2. (a) সংজ্ঞা দিয়া : 1+1=2

(i) অবিচ্ছিন্ন বক্র

(ii) চাপকলনীয় বক্র

Define :

(i) Continuous arc

(ii) Rectifiable arc

(b) পৰিবেশনা অনুকলনৰ দুটা ধৰ্ম উল্লেখ কৰা। 2

Write two properties of contour integration.

(c) C বক্রত $z=0$ ৰ পৰা $z=4+2i$ লৈ

$$\int_C \bar{z} dz$$

মান নিৰ্ণয় কৰা, য'ত $z=t^2+it$. 2

Evaluate $\int_C \bar{z} dz$ from $z=0$ to $z=4+2i$

along the curve C where $z=t^2+it$.

(d) ক'চিৰ অনুকল সূত্র উল্লেখ কৰি প্রমাণ কৰা। 6

State and prove Cauchy's integral formula.

অথবা / Or

অনুকলনৰ বাহিমানৰ সংজ্ঞা ব্যাখ্যা কৰা।

Explain Riemann's definition of integration.

3. (a) টেইলৰ উপপাদ্যটো লিখা। 1

State Taylor's theorem.

(b) $z = a$ ত যদি $f(z)$ ৰ এটা মেক আছে, তেন্তে প্রমাণ
কৰা যে $z \rightarrow a$ হ'লে $|f(z)| \rightarrow \infty$ হয়। 3

If $f(z)$ has a pole at $z = a$, then prove
that $|f(z)| \rightarrow \infty$ as $z \rightarrow a$.

অথবা / Or

তলত দিয়া ফলনটোৰ কাষত উল্লেখ কৰা অনন্যতাৰ
সাপেক্ষে ল'উৰেণ্ট শ্ৰেণী নিৰ্ণয় কৰা আৰু অনন্যতাটোৰ
নাম লিখা :

$$(z-3)\sin\frac{1}{z+2}; \quad z = -2$$

Find Laurent series about the indicated
singularity and write the name of the
singularity of the following function :

$$(z-3)\sin\frac{1}{z+2}; \quad z = -2$$

(c) ক'চিৰ অৱশেষ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্রমাণ কৰা। 4

State and prove Cauchy's residue
theorem.

(d) মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটাৰ) : 5

Evaluate (any one) :

$$(i) \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{5+4\cos\theta} d\theta$$

$$(ii) \int_0^{\pi} \frac{a}{a^2 + \sin^2 \theta} d\theta$$

(5)

GROUP—B

(MECHANICS)

(Marks : 45)

(Statics)

4. (a) যদি $\vec{R} = X\hat{i} + Y\hat{j} + Z\hat{k}$ এটা বল প্রণালীৰ লব্ধবল হয়, তেন্তে লব্ধবল \vec{R} ৰ ক্ৰিয়াৰেখাৰ দিশাংক কি হ'ব? 1

If $\vec{R} = X\hat{i} + Y\hat{j} + Z\hat{k}$ be the resultant force of a system of forces, then what will be the direction cosines of the line of action of the resultant force \vec{R} ?

- (b) কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু এডাল কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ দুটা বৈশিষ্ট্য লিখা। 1+2=3

Define central axis and write two characteristics of a central axis.

- (c) মূলবিন্দু পৰিবৰ্তনৰ ক্ষেত্ৰত, দেখুওৱা যে

(i) $\vec{R}' = \vec{R}$

(ii) $\vec{G}' = \vec{G} - \vec{C} \times \vec{R}$

য'ত \vec{R} , \vec{R}' , \vec{G} আৰু \vec{G}' প্রচলিত প্ৰতীক আৰু \vec{C} নতুন মূলবিন্দুটোৰ স্থান ভেক্টৰ। 6

In case of changing the base point, show that

$$(i) \vec{R}' = \vec{R}$$

$$(ii) \vec{G}' = \vec{G} - \vec{C} \times \vec{R}$$

where \vec{R} , \vec{R}' , \vec{G} and \vec{G}' are usual notations and \vec{C} is the position vector of the new base point.

অথবা / Or

মূলবিন্দু আৰু অক্ষসমূহ যিয়েই নহওক কিয়, দৃঢ়বস্তু এটাৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰি থকা যি কোনো বল প্ৰণালীৰ বাবে দেখুওৱা যে $X^2 + Y^2 + Z^2$ আৰু $LX + MY + NZ$ বাশিকেইটা অচল, য'ত L , M , N হ'ল প্ৰচলিত প্ৰতীক।

Whatever origin and the axes are chosen, show that the quantities $X^2 + Y^2 + Z^2$ and $LX + MY + NZ$ are invariants for any given system of forces acting on a rigid body, where L , M , N are usual notations.

5. (a) স্থানচ্যুতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। স্থানচ্যুতিৰ তিনিটা প্ৰকাৰ লিখা।

1+3=4

Define displacement. Write three kinds of displacement.

- (b) আভাসী কাৰ্যৰ সূত্ৰটো লিখা।

2

State the principle of virtual work.

(7)

- (c) সাধাৰণ বজ্জুকাত x আৰু ψ ৰ মাজৰ সম্বন্ধ প্রতিষ্ঠা কৰা। 4
Deduce the relation between x and ψ in
a common catenary.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে সাধাৰণ বজ্জুকাৰ বাবে

$$x = c \log \left(\frac{y+s}{c} \right)$$

Show that for a common catenary

$$x = c \log \left(\frac{y+s}{c} \right)$$

(Dynamics)

6. (a) সৰল আৰ্বত গতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define simple harmonic motion.

- (b) কোনো সমতলীয় বক্রত গতিশীল পদাৰ্থকণাৰ কৌণিক
বেগ আৰু ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find the angular velocity and
acceleration of a moving particle in a
plane curve.

অথবা / Or

এটা গতিশীল বিন্দুয়ে v সমদ্রুতিৰে গতি কৰি
 $s = 4a \sin \psi$ বক্রটো সৃষ্টি কৰিছে। s ৰ যি কোনো
বিন্দুত গতিশীল বিন্দুটোৰ ত্বৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

A moving point describes a curve $s = 4a \sin \psi$ with uniform speed v . Find its acceleration at any point s .

- (c) এটা পদার্থকণাই v বেগেৰে এটা সৰল আবৰ্ত গতিত a বিস্তাৰ আৰু T পৰ্যায়কাল সৃষ্টি কৰিছে। প্রমাণ কৰা যে

$$\int_0^T v^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$$

3

A particle moving with velocity v in a simple harmonic motion, makes amplitude a and period T . Prove that

$$\int_0^T v^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{T}$$

7. (a) কেন্দ্ৰীয় বল কি ?

1

What is central force?

- (b) দেখুওৱা যে এটা কেন্দ্ৰীয় কক্ষ এখন সমতলীয় বক্র।

3

Show that a central orbit is a plane curve.

- (c) মেৰুৰ দিশত p বলৰ অধীনত কোনো পদার্থকণাই তলৰ বক্রসমূহ নিৰ্দেশ কৰে। বলৰ সূত্র নিৰ্ধাৰণ কৰা (যি কোনো এটাৰ) :

3

(i) $p^2 = ar$

(ii) $r^2 = 2ap$

A particle describes the following curves under a force p to the pole, find the law of force (any one) :

(i) $p^2 = ar$

(ii) $r^2 = 2ap$

8. (a) দৃঢ় বস্তুৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define rigid body.

1

(b) তলৰ কোনটো শুদ্ধ?

1

M ভৰবিশিষ্ট $2a$ দৈৰ্ঘ্যৰ এডাল সুষম দণ্ডৰ ইয়াৰ সোঁমাজেৰে যোৱা লম্ব অক্ষডালৰ সাপেক্ষে জড়তা ভ্রামক হৈছে

(i) $\frac{4Ma^2}{3}$

(ii) $\frac{Ma^2}{2}$

(iii) $\frac{Ma^2}{3}$

Which of the following is correct?

The moment of inertia of a uniform rod of length $2a$ and mass M about an axis

through the middle point and perpendicular to it is

(i) $\frac{4Ma^2}{3}$

(ii) $\frac{Ma^2}{2}$

(iii) $\frac{Ma^2}{3}$

(c) তলৰ পদার্থসমূহৰ জড়তা ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা
(যি কোনো দুটাৰ) :

$4 \times 2 = 8$

(i) M ভৰবিশিষ্ট $2a$ দৈৰ্ঘ্যৰ এডাল সুক্ষম দণ্ডৰ ইয়াৰ এটা চৰম সীমায়ৈদি যোৱা লম্ব অক্ষডালৰ সাপেক্ষে।

(ii) এখন সুক্ষম ত্ৰিভুজাকৃতিৰ পাতৰ এটা বাহুৰ সাপেক্ষে।

(iii) এখন আয়তাকাৰ পাতৰ ইয়াৰ এটা কাষৰ সমান্তৰালকৈ কেন্দ্ৰৰ মাজেদি যোৱা ৰেখাডালৰ সাপেক্ষে।

Find the moment of inertia of the following materials (any two) :

(i) A uniform rod of length $2a$ and mass M about an axis through an extremity and perpendicular to it.

- (ii) A uniform triangular lamina about one side.
- (iii) A rectangular lamina about a line through its centre and parallel to one of its edges.

★★★